Collège Jean Mermoz
Faches - Thumesnil
BREVET BLANC MATHEMATIQUES
Série Générale
DECEMBRE 2021
Durée 2H

L'utilisation de la calculatrice est autorisée *(circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999).*
L'usage du dictionnaire n'est pas autorisé. Aucun prêt de matériel n'est autorisé lors de l'épreuve.
Les 7 exercices (et questions) sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre que le candidat souhaite.

L'évaluation prend en compte la clarté et la précision des raisonnements ainsi que plus largement la qualité de la rédaction. Elle prend en compte les essais et les démarches engagées, même non aboutis.

Compétences	*Insuffisant*	*Fragile*	*Satisfaisant*	*Très bien*
Calculer				
Chercher				
Communiquer				
Modéliser				
Raisonner				
Représenter				

« J'ai le sentiment que les artistes et les mathématiciens regardent parfois la même chose sous des angles différents. » **Ryoji IKEDA**

LOUVRE Lens

Exercice 1 : (15 points)

Madame Monaï prépare une sortie pour ses élèves au musée Louvre-Lens.

1- La distance qui sépare le musée du collège est de 36 km et en raison des conditions de circulation, la vitesse moyenne du bus sur le parcours sera de 60 km/h.
Combien de temps dure le trajet ? Donner ce temps en minutes.

2- Pour le bus et l'entrée au musée, le prix est de 15 € par élève.
Le FSE (foyer socio-éducatif) du collège prend en charge 60 % de cette somme.
Quel montant reste-t-il à payer pour chaque élève ?

3- A l'issue de la sortie, Madame Monaï récupère toutes les photos et les vidéos réalisées par les élèves, à savoir : 120 photos de 900 ko chacune et 15 vidéos de 20 Mo chacune.
Madame Monaï pourra-t-elle stocker toutes les photos et toutes les vidéos sur une clé USB de 4 Go ?
Rappel : 1 Go = 10^3 Mo = 10^6 ko.

Exercice 2 : (10 points)

Madame Monaï prépare une exposition au CDI avec les œuvres effectuées tout au long de l'année par ses élèves de 4ème et 3ème.

Elle souhaite exposer 210 œuvres des élèves de 4ème et 168 œuvres des élèves de 3ème.

Elle réalise des panneaux mélangeant des œuvres des deux niveaux. Elle partage les œuvres des 4ème et 3ème sur chaque panneau toujours dans la même répartition et toutes les œuvres sont exposées.

1- Madame Monaï peut-elle réaliser 10 panneaux ?
Justifier la réponse.

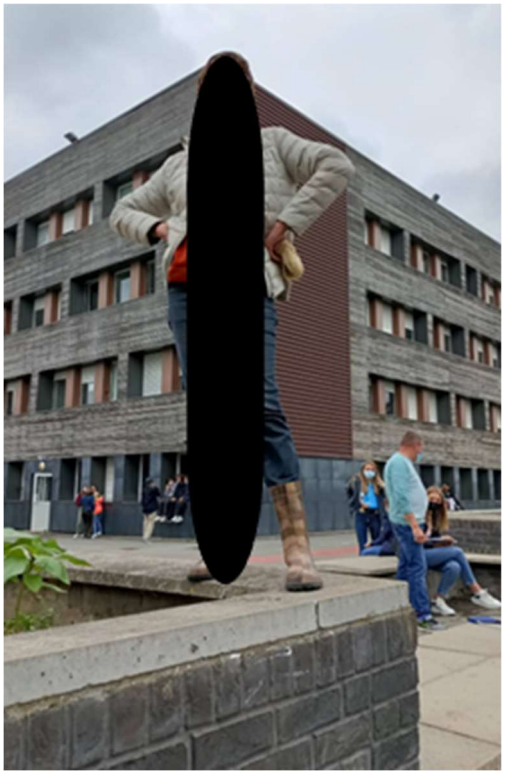
2- Donner la décomposition des nombres 210 et 168 en un produit de facteurs premiers.

3- Madame Monaï souhaite faire le plus grand nombre de panneaux possible.
Combien peut-elle réaliser de panneaux ? Et quelle sera la composition de chaque panneau ?

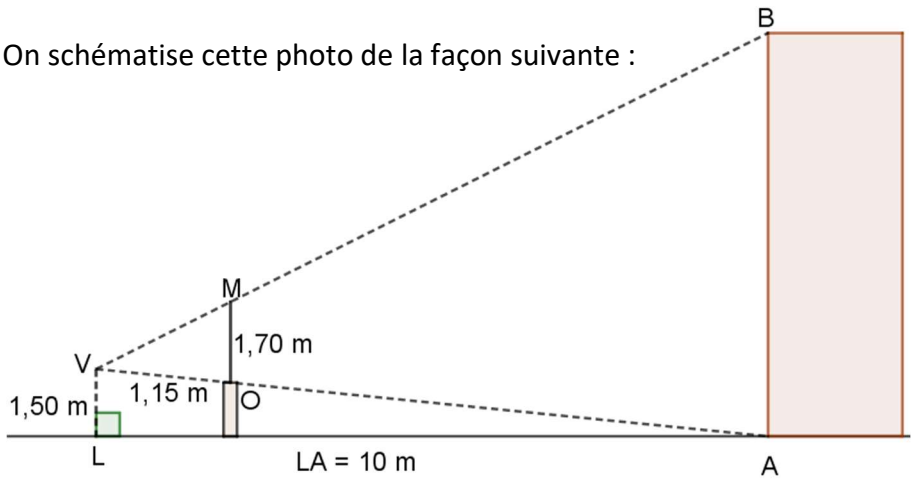
Exercice 3 : (14 points)

Madame Monaï lance un grand concours photo sur le thème « *Perspective et trompe-l'œil* ».

Elle montre l'exemple d'une photo (ci-contre) où, sur un muret, elle semble être de la taille du bâtiment en arrière-plan.



On schématise cette photo de la façon suivante :



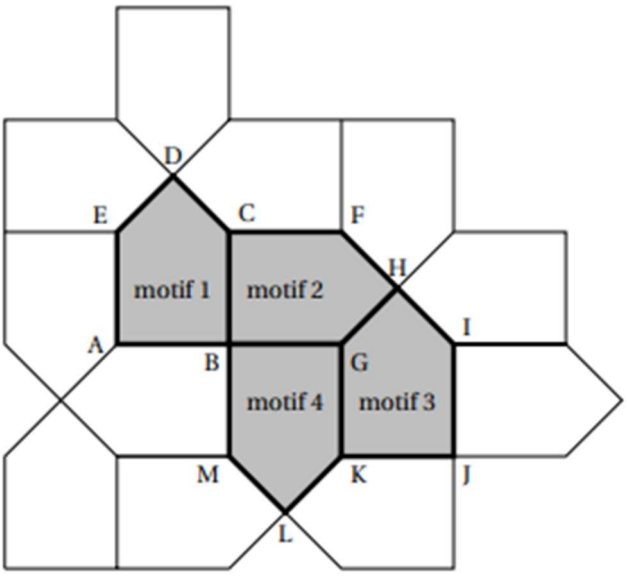
Données : Madame Monaï est représentée par le segment [MO] de longueur 1,70 m.
Le bâtiment en arrière-plan a une hauteur BA.
(BA) et (MO) sont parallèles.
Le viseur V de l'appareil photo est à 1,50 m du sol et il se situe à 10 m du bâtiment.
La distance entre le viseur V et le pied O de Mme Monaï est VO = 1,15 m.

1- A l'aide de l'égalité de Pythagore, montrer que la longueur VA est environ égale à 10,11 m.

2- Calculer la hauteur BA du bâtiment. Arrondir au mètre près.

Exercice 4 : (20 points)

Madame Monaï souhaite réaliser le pavage ci-contre sur l'un des murs du collège : le motif 1 sera reproduit à l'identique en utilisant différentes transformations.



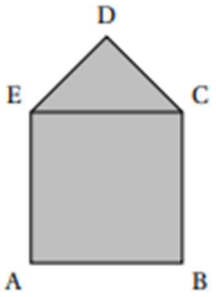
Dans chacun des quatre cas suivants, donner une transformation du plan qui permet de passer :

1- Du motif 1 au motif 2.

2- Du motif 1 au motif 3.

3- Du motif 1 au motif 4.

4- Du motif 2 au motif 3.



Le motif inititial n°1 est composé d'un carré ABCE de côté 120 cm et d'un triangle DCE <u>rectangle et isocèle</u> en D.

5- Prouver que les angles $\widehat{DEC}$ et $\widehat{DCE}$ mesurent 45°.

6- Montrer, à l'aide de la trigonométrie, que l'arrondi à l'unité près de la longueur ED est 85 cm.

7- Calculer l'aire de ce motif initial. Donner une valeur approchée au cm² près.

On réalise ce motif initial n°1 à l'aide du logiciel Scratch.

On rappelle que l'instruction « s'orienter à 90 » consiste à s'orienter horizontalement vers la droite.

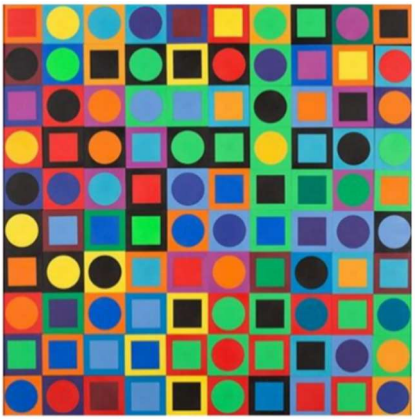
8- A partir de quel point (A, B, C, D ou E) débute-t-on la construction ?

9- Quel est la valeur de l'angle à noter dans l'avant-dernière ligne du script ?

10- Quelles sont les coordonnées du lutin à l'issue du programme ?

Exercice 5 : (11 points)

Madame Monaï s'inspire des œuvres de l'artiste Vasarely (voir ci-contre) et propose le travail suivant à ses élèves :



1	2	3
4	5	6
7	8	9

Remplir la grille carrée composée de 9 cases identiques en mettant dans chaque case une couleur choisie parmi les 3 suivantes : bleue ; jaune ou verte.

1- Caroline choisit une case au hasard pour y mettre la couleur jaune.

a- Quelle est la probabilité que Caroline choisisse la case numéro 1 ?

b- Quelle est la probabilité que Caroline choisisse une case correspondant à un nombre premier ?

2- Camille a commencé son travail en coloriant les cases 1 et 7. Elle choisit une nouvelle case au hasard parmi celles restantes.

Quelle est la probabilité que les 3 cases coloriées soient alignées ?

3- Véronique se demande combien de grilles différentes elle pourrait réaliser.
Choisir la proposition qui répond à sa question :

Proposition A	Proposition B	Proposition C	Proposition D
$3 \times 9 = 27$ grilles	$3^9 = 19\,683$ grilles	$9^3 = 729$ grilles	$3 + 9 = 12$ grilles

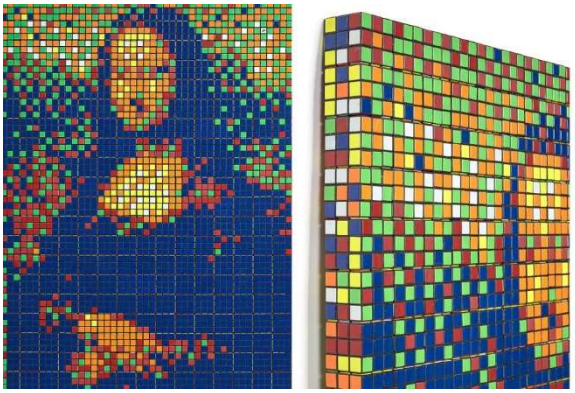
4- Guy décide d'utiliser une grille bien plus grande à remplir toujours avec ces 3 couleurs.

Dans sa grille, $\frac{2}{3}$ des cases sont vertes et $\frac{1}{5}$ des cases sont bleues.

Quelle est la proportion de cases jaunes ?

Exercice 6 : (10 points)

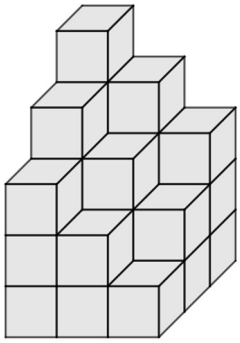
Le célèbre street-artiste Invader a réinterprété le célèbre tableau « La Joconde » de Léonard de Vinci.



Pour cette œuvre, il a assemblé 330 rubik's cube.

1- Sachant qu'un rubik's cube est un cube de 5,5 cm d'arête, quel est le volume de cette œuvre ?

2- Madame Monaï fait travailler ses élèves à l'aide de petits cubes tous identiques.
Un élève a réalisé l'assemblage ci-contre.
Combien de cubes unités au minimum manque-t-il pour compléter ce solide et obtenir un pavé droit ? Bien expliquer la réponse.



Exercice 7 : (20 points)

Auguste Herbin est un artiste qui a mis au point un « alphabet plastique ».
A chaque lettre de l'alphabet, il fait notamment correspondre une forme et une couleur (voir l'une de ses œuvres ci-contre).
Les professeurs de maths du collège Mermoz ont copié cette technique pour créer une « **Fonction** plastique ».

Pour cela, ils utilisent le programme de calcul suivant :

- Choisis un nombre entier positif ;
- Ajoute 3 à ce nombre ;
- Multiplie le tout par 2 ;
- Soustrais le nombre qui suit le nombre de départ au résultat précédent.
- Chacun des chiffres qui composent ton résultat final sera codé de la façon suivante :

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
○	●	□	■	△	▲	▯	▮	⬡	⬢

Exemple : en choisissant le nombre 11 au départ, on obtient (11 + 3) × 2 – 12 = 16 soit ● ▯

1- Expliquer pourquoi, si l'on choisit 5 comme nombre de départ, on obtient ● ○

2- Alexandra décide d'écrire les quatre premières étapes du programme de calcul à l'aide d'un tableur.

	A	B	C	D
1	Nombre de départ	0	1	2
2	Ajouter 3	3	4	5
3	Multiplier le tout par 2	6	8	10
4	Enlever le nombre qui suit celui de départ	5	6	7

Quelle formule a-t-elle tapée dans la cellule B3 avant de l'étirer vers la droite ?

3- Si on appelle x le nombre de départ, choisir parmi les quatre propositions la fonction qui traduit les 4 premières étapes du programme de calcul ?

Proposition A	Proposition B	Proposition C	Proposition D
La fonction f définie par $f(x) = x + 3 \times 2 - x + 1$	La fonction g définie par $g(x) = (x + 3) \times 2 - x + 1$	La fonction h définie par $h(x) = (x + 3) \times 2 - (x + 1)$	La fonction i définie par $i(x) = (x + 3) \times (2 - x) + 1$

4- Calculer l'image du nombre 3 par la fonction choisie à la question précédente.

5- En reprenant la fonction choisie à la question 3, démontrer qu'en développant et réduisant l'expression de cette fonction, on obtient $x + 5$.

6- En déduire le nombre qu'il faut choisir au départ pour obtenir ⬢ ■