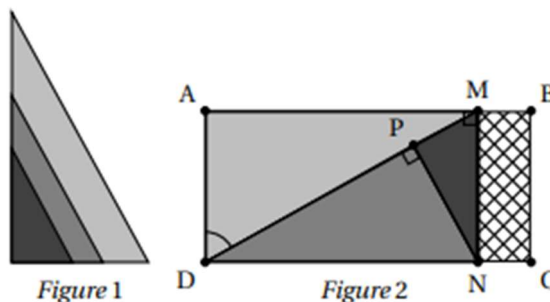


Dans cet exercice, on donnera, si nécessaire, une valeur approchée des résultats au centième près.  
 Pour construire le décor d'une pièce de théâtre (Figure 1), Joanna dispose d'une plaque rectangulaire ABCD de 4 m sur 2 m dans laquelle elle doit découper les trois triangles du décor avant de les superposer. Elle propose un découpage de la plaque (Figure 2).

Le triangle ADM respecte les conditions suivantes :

- le triangle ADM est rectangle en A
- $AD = 2$  m
- $\widehat{ADM} = 60^\circ$ .



- 1- Montrer que [AM] mesure environ 3,46 m.
- 2- La partie de la plaque non utilisée est représentée en quadrillé sur la figure 2. Calculer une valeur approchée au centième de la proportion de la plaque qui n'est pas utilisée.
- 3- Pour que la superposition des triangles soit harmonieuse, Joanna veut que les trois triangles AMD, PNM et PDN soient semblables. Démontrer que c'est bien le cas.
- 4- Joanna aimerait que le coefficient d'agrandissement pour passer du triangle PDN au triangle AMD soit plus petit que 1,5. Est-ce le cas ? Justifier.

### CORRECTION

1- Dans ADM rectangle en A, on a  $\tan \widehat{ADM} = \frac{\text{côté opposé à l'angle } \widehat{D}}{\text{côté adjacent à l'angle } \widehat{D}} = \frac{AM}{AD}$ , soit  $\tan(60) = \frac{AM}{2}$ ,  
 d'où  $AM = 2 \times \tan 60 \approx 3,4641$  soit 3,46 m au centième près. [AM] mesure environ 3,46 m.

2- Comme M appartient à [AB], on a  $MB = AB - AM$ , soit  $MB \approx 4 - 3,46 \approx 0,54$  m.

La proportion de plaque non utilisée est  $k = \frac{\text{partie}}{\text{total}} = \frac{MB}{AB} \approx 0,14$  au centième près (soit 14 % de la plaque)

3- **Comme dans un triangle la somme des angles est égale à 180°**, on a dans AMD, un angle de 90° en A, un angle de 60° en D et un angle de 30° en M.

Dans le triangle DPN rectangle en P, on a donc un angle de 90° en P. De plus, son angle en D mesure 90 - 60, soit 30°. Le triangle DPN ayant deux angles de 90° et 30° comme le triangle ADM, ces deux triangles sont semblables.

Dans le triangle MPN rectangle en P, on a donc un angle de 90° en P. De plus, son angle en M mesure 90 - 30, soit 60°. Le triangle MPN ayant deux angles de 90° et 60° comme le triangle ADM, ces deux triangles sont semblables.

Les trois triangles AMD, PNM et PDN sont semblables.

**Deux triangles sont semblables si deux angles de l'un des triangles ont les mêmes mesures que deux angles de l'autre triangle.**

4- Les triangles DNP et ADM sont semblables.

Le rapport d'agrandissement pour passer de DNP à ADM est  $k = \frac{\text{longueur d'un des côtés du triangle ADM}}{\text{longueur d'un des côtés homologues du triangle DNP}}$

Dans le triangle DNP, on sait que l'hypoténuse  $DN = AM \approx 3,46$  m.

On calcule alors l'hypoténuse du triangle rectangle ADM :  $\cos \widehat{ADM} = \frac{AD}{DM}$  soit  $\cos 60 = \frac{2}{DM}$

$$DM = \frac{2}{\cos 60} = 4 \text{ m.}$$

Le coefficient d'agrandissement est donc  $k = \frac{DM}{DN} \approx \frac{4}{3,46}$  soit environ 1,16. Il est donc inférieur à 1,5.