J – 05 : Aire (G1WJ) ; Lecture graphique (N8V)

Avec des ficelles de 20 cm, on construit des polygones comme ci-contre :

Méthode de construction des polygones

Étape 1		On coupe la ficelle de 20 cm en deux morceaux.
Étape 2	morceau n° 1 morceau n° 2	On sépare les deux morceaux.
Étape 3		• Avec le « morceau n° 1 », on construit un carré. • Avec le « morceau n° 2 », on construit un triangle équilatéral.

Partie 1 : Dans cette partie, on découpe à l'étape 1 une ficelle pour que le « morceau n°1 » mesure 8 cm.

1- Dessiner en grandeur réelle les deux polygones obtenus.

2- Calculer l'aire du carré obtenu.

3- Estimer l'aire du triangle équilatéral obtenu en mesurant sur le dessin.

Partie 2 :

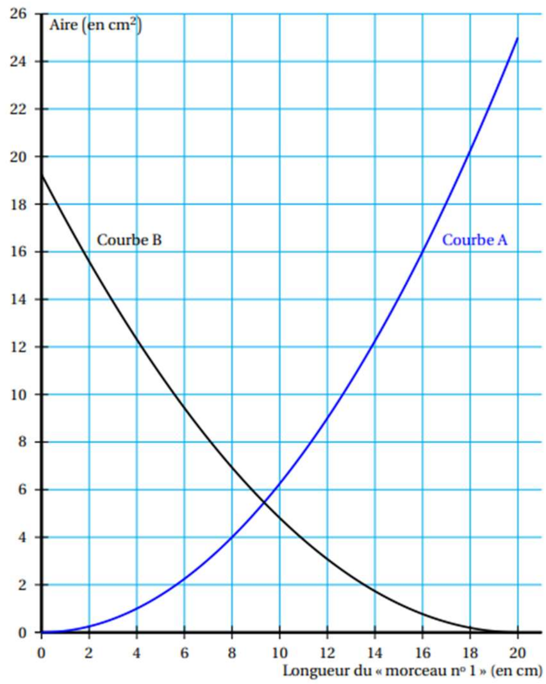
Dans cette partie, on cherche maintenant à étudier l'aire des deux polygones obtenus à l'étape 3 en fonction de la longueur du « morceau n°1 ».

1- Proposer une formule qui permet de calculer l'aire du carré en fonction de la longueur du « morceau n°1 ».

2- Sur le graphique ci-dessous :

• la courbe A représente la fonction qui donne l'aire du carré en fonction de la longueur du « morceau n°1 » ;

• la courbe B représente la fonction qui donne l'aire du triangle équilatéral en fonction de la longueur du « morceau n°1 ».



En utilisant ce graphique, répondre aux questions suivantes. Aucune justification n'est attendue.

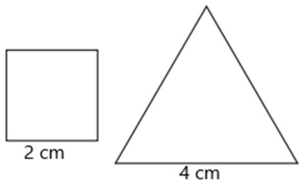
a. Quelle est la longueur du « morceau n°1 » qui permet d'obtenir un triangle équilatéral d'aire 14 cm² ?

b. Quelle est la longueur du « morceau no 1 » qui permet d'obtenir deux polygones d'aires égales ?

CORRECTION

PARTIE 1

1- Avec le morceau n°1, on construit un carré de côté c, donc 8 = 4c soit c = 2 (cm).
Avec le morceau n°2 de longueur 20 − 8 = 2, on construit un triangle équilatéral de côté d tel que 3d = 12, soit d = 4 (cm).

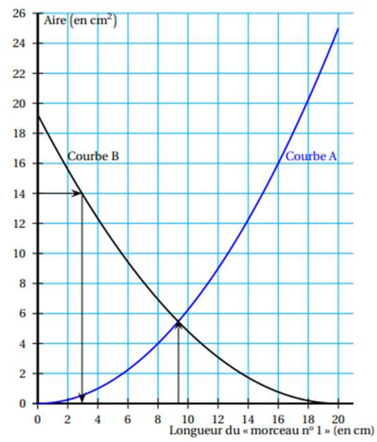


2- L'aire du carré est égale à $c^2 = 2^2 = 4$ cm².

3- Les hauteurs du triangle équilatéral mesurent environ 3,4 cm (au mm près).
L'aire de ce triangle « côté × hauteur ÷ 2 » est donc à peu près 4 × 3,4 ÷ 2 = 6,8 cm².

PARTIE 2

1. Si ℓ est la longueur « morceau n°1 », le côté du carré a pour longueur $\frac{\ell}{4}$ et par conséquent l'aire du carré est $A_{\text{carré}} = \left(\frac{\ell}{4}\right)^2 = \frac{\ell^2}{16}$.



a. On trace l'horizontale partant du point de coordonnées (0 ; 14) qui coupe la courbe B en un point dont l'abscisse est obtenue en projetant ce point sur l'axe des abscisses (voir la figure) ; on lit environ 2,95 cm.

b. Le point commun aux deux courbes a pour ordonnée l'aire commune aux deux polygones (environ 5,5) ; l'abscisse de ce point est environ 9,4 (cm).