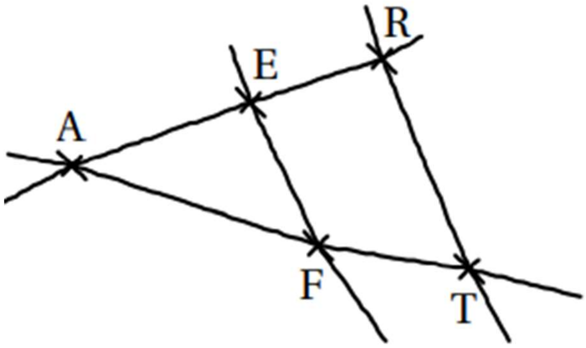
J – 08 : Trigonométrie (G5N) et réciproque du théorème de Thalès (G6N) et de Pythagore (G4V)

On considère la figure ci-contre, réalisée à main levée et qui n'est pas à l'échelle.

On donne les informations suivantes :

- les droites (ER) et (FT) sont sécantes en A;
- AE = 8 cm, AF = 10 cm, EF = 6 cm;
- AR = 12 cm, AT = 14 cm.



1. Démontrer que le triangle AEF est rectangle en E.

2. En déduire une mesure de l'angle $\widehat{EAF}$ au degré près.

3. Les droites (EF) et (RT) sont-elles parallèles ?

CORRECTION

1. Dans le triangle AEF, le plus grand côté est [AF].
   D'une part, AF² = 10² = 100 et **d'autre part,** AE² + EF² = 8² + 6² = 64 + 36 = 100.
   On constate que AF² = AE² +EF². Donc **l'égalité de Pythagore est vérifiée**, le triangle AEF est rectangle en E.

2. On sait que dans le triangle rectangle en E, cos $\widehat{EAF} = \frac{AE}{AF} = \frac{8}{10}$.
   $\widehat{EAF}$ = $\boldsymbol{Arccos(\frac{8}{10})}$ ≈ 37° au degré près.

3. **D'une part,** $\frac{AE}{AR} = \frac{8}{12}$ et **d'autre part** $\frac{AF}{AT} = \frac{10}{14}$; or 8 × 14 = 112 et 12 × 10 = 120.
   Les quotients ne sont pas égaux donc les droites ne sont pas parallèles.